

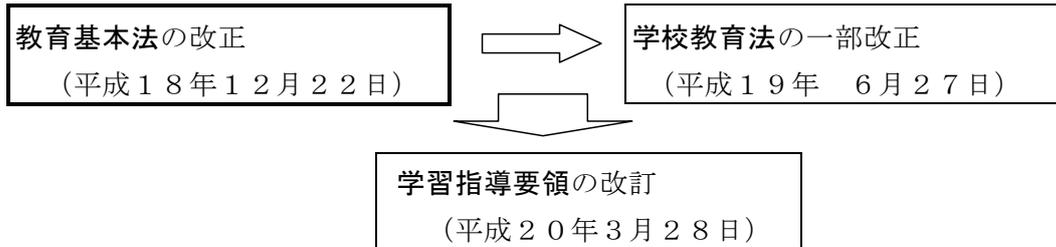
中学校数学科研究部

I 研究主題

思考力・判断力・表現力を育成する発問の工夫

II 主題設定の理由

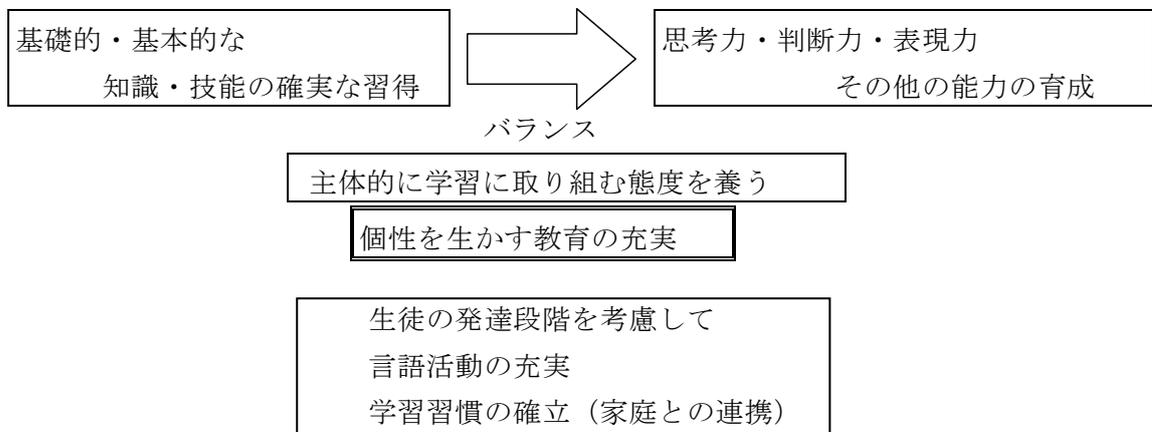
平成24年度に完全実施に向けて、各中学校では、学習指導要領の趣旨をふまえて、学習指導の充実に積極的に取り組んでいる。



今回の学習指導要領は、教育基本法の改正、学校教育法の一部改正をうけて改訂された。学校教育法及び学習指導要領には、学力の3つの要素が次のように明示されている。

[学校教育法第30条第2項] 「生涯にわたり学習する基盤が培われるよう、基礎的な知識および技能を習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくみ、主体的に学習に取り組む態度を養うことに特に意を用いなければならない。」

[学習指導要領・総則 第1の1] 「前略～学校の教育活動を進めるに当たっては、各学校において、生徒に生きる力をはぐくむことを目指し、創意工夫を生かした特色ある教育活動を展開する中で、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力その他の能力をはぐくむとともに主体的に学習に取り組む態度を養い、個性を生かす教育の充実に努めなければならない。その際、生徒の発達の段階を考慮して、生徒の言語活動を充実するとともに、家庭との連携を図りながら、生徒の学習習慣が確立するよう配慮しなければならない。」



埼玉県小・中学校学習状況調査（平成22年4月実施）において、所沢市の生徒の学習状況は、4つの観点とも県平均を上回っているが、「数学への関心・意欲・態度」の正答率54.7%、「数学的な見方や考え方」の正答率53.7%と比較的低い値になっている。

これらのことから、習得した「知識・技能」を活用して、思考力・判断力・表現力を育成するための授業を工夫していくことを課題として捉え、その方策を次のように考えた。

① 考えさせる課題を提示する

② 考えを引き出す発問をする

比較させる

分類・分析させる

理由付けさせる

選択させる

具体化させる

統合・総合させる など

③ 発言（回答）について、評価（判断）基準を作成する

以上のことを授業での発問とテストでの評価問題で実践することを目標として、研究課題を「思考力・判断力・表現力を育成する発問の工夫」と設定した。

III 研究の内容

1 授業での発問の工夫

- (1) 授業中での中心的な課題に対して、考えを引き出す発問を示す。
- (2) 授業研究（1年数学 10月実施）で、考えを引き出す発問の検証をする。
- (3) 授業研究の結果をまとめ、効果的な発問について考察する。

2 テストでのパフォーマンス課題

- (1) 定期テスト等でパフォーマンス課題を実施しその分析をする。

IV 実践例（授業研究）

1 授業での発問の工夫

日時	平成22年10月13日(水)第4校時
場所	所沢市立上山口中学校1年1組教室 数学教室
生徒	男子19名 女子17名 計36名
指導者	依田伸二（T1：基礎コース） 西村卓也（T2：発展コース）

(1) 題材名 「方程式の解き方」（12時間）

(2) 題材について

① 生徒観

本学級は、学習に意欲的に取り組む生徒が多い。数学の授業では、男女とも積極的に挙手・発言をすることができ、授業姿勢がよい。しかし、家庭学習や振り返りが足りないため、その場だけの理解で終わってしまっている生徒が多い。そのため、数学を苦手とする生徒やなかなか基礎の定着ができない生徒の学習状況を分析し、指導方法を工夫（少人数授業やT・T等）して個に応じた指導にあたっている。

数学に対する意識調査の結果は以下の通りである。数学が嫌いな生徒は1割近くいて、授業がわからないと答えている生徒は2割いる。その理由として、小数・分数の計算がわからないと答える生徒が多い。

数学は・・・	全体(%)	授業は・・・	全体(%)
とても好き	25	とてもよくわかる	36
好き	64	わかる	47
嫌い	8	わからない	11
大嫌い	3	全くわからない	6

② 教材観

この単元では、小学校の学習内容との関連を図るとともに、中学校で学習した「正負の数」「文字の式」との関連に配慮して、新しい内容の「方程式」を扱う。小学校では、□、○、△を用いて数量の間の関係を式に表したり、それにあてはまる値を調べたりしている。このような学習の過程で、簡単な式の□にあてはまる値を求めることを経験している。しかし、そこでは逆算によって求めているので等式という意識は薄い。

この単元では、これらの既習事項をもとに、方程式を等式とみてその性質を用いて解くことがねらいである。その後、等式を用いた解法から移項という見方に発展させ、方程式が一定の手順によって解けるというよさを感じさせたい。方程式の利用では、立式することに困難を感じて学習意欲をなくす生徒が出てくることも考えられる。どのように手順を踏んでいけばよいか理解させるため、立式が簡単なものから順に学んでいく。

③ 指導観

一学期の前半は、学習規律を確立するとともに、多様な考え方を引き出し学び合う学習の雰囲気育てるために、TT形式で授業を行った。後半は、一人一人に応じた更にきめ細かな指導を行うために少人数授業によって基礎的な計算力を育ててきた。

方程式の単元では、学習内容と生徒の学習状況の定着度をみながらTT形式授業と少人数授業を展開していき、基礎的な計算力や数学的な思考力を育てていく。

本時の指導は、移項の考え方を理解しそれを利用して、効率よく方程式を解かせることがねらいであり、解を導き出すまでの1つ1つの途中式について考えさせ、等式の性質をしっかりとおさえたい。

④ 「学び改善プロジェクト」の提言と校内研修の課題「学力向上」とのかかわり

○ 本時の学習目標の提示の仕方

前時の学習内容との違いを生徒に考えさせ、「この時間は何を考えるのか」「何のために考えるのか」という目標や必要感を学級全体にもたせ、学習への関心・意欲を高める。

○ 本時の考えを引き出す発問

「なぜ?」「どんなことがいえる?」「なぜ、こっちの方がいいの?」などの発問で、解決や発話の根拠を引き出し、練り合い、深めていく。

(3) 単元の目標

文字を含む等式から、文字の値を求める方法を理解し、これを用いることによって、実際の問題が形式的、能率的に処理できることを知り、さらにその方法が活用

できるようにする。

ア 方程式とその解の意味を理解する。

イ 等式の性質を見だし、それを利用して式を変形することで、方程式が解けることを知る。

ウ 一元一次方程式の解法を理解し、その解法に習熟する。

エ 方程式を利用して問題解決ができるようにする。

(4) 評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量・図形などについての知識・理解
一元一次方程式とその解の意味に関心をもち、そのしくみのよさを認め一元一次方程式を使っていろいろな問題を解決しようとする。	具体的な事象の中の数量関係を的確にとらえ、一元一次方程式を利用して問題を解決し、その過程をふり返って考えることができる。	一元一次方程式を手際よく解くことができる。具体的な問題の数量関係を一元一次方程式に表し方程式を使って問題を解決することができる。	一元一次方程式及びその解の意味、等式の性質と移項の関係を理解している。一元一次方程式を利用して問題を解決する手順を十分に理解している。

(5) 単元計画

節	項	主な学習活動	時間
1 方程式	1 方程式とその解	○方程式とその解の意味を理解する	1
	2 等式の性質と方程式	○等式の性質を理解する	1
		○等式の性質を使って簡単な方程式を解く	2
3 方程式の解き方	○移項の意味を理解しそれを利用して方程式を解く ○かっこや係数に小数、分数のある方程式を解く	3 本時 3/3	
2 方程式の利用	1 方程式の利用	○方程式を利用して文章題を解く ○方程式を利用して問題解決するよさが分かる	4
3 章末	1 問題練習	○問題を解く	1

(6) 本時の学習

① 本時の目標

- ・手際よく方程式を解こうとする。 [数学への関心・意欲・態度]
- ・分数を含む方程式を解く手順を導くことができる。 [数学的な見方や考え方]
- ・方程式を解く手順に従って、手際よく方程式を解くことができる。 [数学的な表現・処理]
- ・方程式を解く手順を理解している。 [数量、図形などの知識・理解]

② 学習目標

『分数を含む方程式を工夫して解こう』

③ 展開

<基本的な机間指導の動き T1：廊下側生徒 T2：窓側生徒 を中心に行う>

	学習内容	学習活動	評価と支援	時間
導入	1 小テスト (学びノート改良)	1 小テストに取り組む。	1 意欲的に取り組んでいるか。 (関心・意欲・態度) T1：生徒への指示、配布 T2：マス計算板書	10分

導 入	2 既習事項の問題を解く。	2 復習問題に取り組む。	2 意欲的に取り組んでいるか。 (関心・意欲・態度) T 1 : 生徒への指示、配布 T 2 : 板書、表情観察 ・自分の力で進められるように個別に支援する。 ・早く終わった生徒はワークを進めさせる。	
	3 解き方を確認する。	3 解き方の説明を聞き、振り返る。	3 方程式を解く手順に従って解いているか。(表現・処理) T 1 : 発表させ確認する。 T 2 : 遅進生徒への机間指導	
展 開	4 学習問題・目標の提示	4 既習事項との違いを考える。	4 意欲的に取り組んでいるか。 (関心・意欲・態度) T 1 : 課題説明 T 2 : 課題提示、表情観察 ・学習目標を黒板に記入する。	15 分
	5 課題をつかみ、解き方を考える。(自力解決)	5 いろいろな方法で解く。 (予想される反応) ・すべてを通分する ・xの項と数の項にわけると ・分母の最小公倍数6を両辺にかけて、分母を払う	5 方程式を解く手順に従って解くことができるか。 (表現・処理) T 1 : 机間指導 T 2 : 机間指導 ・早く終わった生徒には他の手順で解く方法を考えさせる。	
	6 比較・検討	6 多様な解き方を知り、それぞれの解き方の根拠について考える。	6 意欲的に説明できているか。説明を聞いているか。 (関心・意欲・態度) T 1 : 課題説明 T 2 : 表情観察、机間指導	

復習問題

① $5x = -25$ ② $8x - 3x = -15 - 10$

③ $8x + 10 = 3x - 15$

④ $2(4x + 5) = 3(x - 5)$

学習問題①

$$\frac{4x + 5}{3} = \frac{x - 5}{3}$$

学習目標の提示

『分数を含む方程式を工夫して解こう』

比較・検討(考えを引き出す発問)

『どんなことがいえる?』『なぜ、この方がいいのか?』

展 開	7 簡潔性の観点で練り上げる。	7 どの解き方がより能率的であるのか理由も含め考える。	7 解き方の手順を導くことができるか。(見方・考え方) T 1 : 課題説明 T 2 : 表情観察、机間指導 ・導入題との関連に着目させる。	15分
	8 練習問題	8 練習問題を解く。	8 方程式を解く手順に従って手際よく解くことができるか。 (表現・処理) T 1 : 問題説明、机間指導 T 2 : 表情観察、机間指導	
	練習問題 方程式 $\frac{x-5}{6} = \frac{x-4}{3}$ を解こう			
	9 問題を解く、多様な解法を知る。	9 多様な解き方を知り、簡潔性について考える。	9 意欲的に説明できているか。説明を聞いているか。 (関心・意欲・態度) * 座席指示をする。	
				

【 基礎コース：1組教室 】

	学 習 内 容	学 習 活 動	評価と支援	時間
展 開	10 学習問題②	10 既習事項との違いを考える。	10 意欲的に取り組んでいか。 (関心・意欲・態度)	22分
	学習問題② 方程式 $\frac{x+1}{2} = \frac{1}{5}x + 2$ を解こう			
	11 課題をつかむ 右辺の式の形がこれまでと違う方程式は、どのように解くのか	11 いろいろな方法で解く。	11 方程式を解く手順に従って手際よく解くことができるか。 (表現・処理)	
	12 比較・検討	12 多様な解き方を知り、簡潔性について考える。	12 意欲的に説明できているか。説明を聞いているか。 (関心・意欲・態度)	
	比較・検討 (考えを引き出す発問) 『なぜそのように計算するの?』『どうして?』			

展 開	13 簡潔性の観点で練り上げる。	13 解き方を確認する。 ・分配法則のかっこの外し方 ・移項では符号が変わる ・約分の確認	13 説明を聞いているか。 (関心・意欲・態度)	
	14 練習問題	14 練習問題を解く。	14 方程式を解く手順に従って手際よく解くことができるか。 (表現・処理) ・終了者は問題集をするように指示を出す。	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> 練習問題 方程式 $\frac{2}{3}x + 2 = \frac{x - 7}{4}$ を解こう </div>		15 問題を解く、多様な解法を知る。	15 多様な解き方を知り、簡潔性について考える。	15 意欲的に説明できているか。説明を聞いているか。 (関心・意欲・態度)
ま と め	16 本時のまとめ	16 本時の目標に対するまとめを確認する。 分数を含む方程式は、分母の公倍数を両辺にかけて、分数を含まない式に直せば、簡単に解くことができる。	16 意欲的に説明を聞いているか。 (関心・意欲・態度)	3 分

【 発展コース：数学室 】

	学 習 内 容	学 習 活 動	評価と支援	時間
展 開	10 問題演習3題 問題①から順に提示する。	10 問題①を解く。	10 方程式を解く手順に従って手際よく解くことができるか。 (表現・処理) ・早く終わった生徒はワークを進めさせる。	22 分
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> 練習問題① 方程式 $\frac{2x + 1}{5} = \frac{-x + 4}{2}$ を解こう </div>		11 意欲的に説明できているか。説明を聞いているか。 (関心・意欲・態度)	
	11 問題を解く、多様な解法を知る。	11 多様な解き方を知り、簡潔性について考える。	12 方程式を解く手順に従って手際よく解くことができるか。 (表現・処理)	
	12 問題②	12 問題②を解く。	13 意欲的に説明できているか。説明を聞いているか。 (関心・意欲・態度)	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> 練習問題② 方程式 $1 + \frac{2(3x - 1)}{5} = 3$ を解こう </div>		13 問題を解く、多様な解法を知る。	13 多様な解き方を知り、簡潔性について考える。	

展 開	14 問題③	14 問題③を解く。	14 方程式を解く手順に従って 手際よく解くことができる か。(表現・処理)	
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p style="text-align: center;">練習問題 方程式</p> $\frac{2(13x-6)}{5} - \frac{6+7x}{4} = \frac{3(12-x)}{10} + \frac{9x+2}{5}$ <p style="text-align: center;">を解こう</p> </div>			
	15 問題を解く、多様な解法を知る。	15 多様な解き方を知り、簡潔性について考える。	15 意欲的に説明できているか。説明を聞いているか。 (関心・意欲・態度)	
ま と め	16 本時のまとめ	16 本時の目標に対するまとめを確認する。 分数を含む方程式は、分母の公倍数を両辺にかけて、分数を含まない式に直せば、簡単に解くことができる。	16 意欲的に説明を聞いているか。(関心・意欲・態度)	3 分

(7) 授業の反省

事前に他クラスで先行授業を実施し、展開を見直した。授業の後半、基礎と発展の2クラスに分けるには、時間的にかなり無理があった。本時はクラスを基礎と発展に分けずに授業を行った。発展問題で考えを深めるのではなく、「なぜ、その解き方がよいですか?」と発問し、解法の簡潔性に着目させた。多様な意見が生徒から出され、簡潔性について考えを深めることができた。特に多かった意見は分母を払うという発想ではなく、①分子が二項式の分数を文字の項と数の項に分けてそれぞれ計算する方法、②通分する方法であった。②は、分母を払うということとほぼ同じ発想だが、生徒たちにとっては、全く違う解き方として位置づけられてしまった。「どの解き方だと納得がいくか」という観点のみでなく、「どの解き方だとどの問題に対しても簡単に解けるのか」という観点で重点的に考えさせることができればよかった。

大きな問題点として、分数に関する知識や計算力の不足が浮かび上がった。クラスの約半数が、分数の計算だけでなく、割り算の計算にも問題があることがわかった。

(8) 成果と課題

「考えさせる課題」「考えを引き出す発問」という手立てを展開に位置づけたことにより、意欲的に課題に取り組んだり、他者の解決に積極的に関わったりする姿が見られるようになった。

分数に関する知識や割り算等計算力の不足が浮き彫りになったことは、これからの授業を進めていく上で大きな課題となった。12月からは、毎時間小テストを実施したり、放課後補習授業を実施したりして、これらの基礎的・基本的な知識・技能の徹底を図っている。



2 テストでのパフォーマンス課題

(1) 1年 「正負の数」

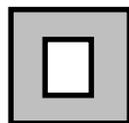
【問題】・・・平成22年度埼玉県後期県立入試より引用

1辺の長さが1cmの正方形があり、これを1番目の図形とします。この正方形の周りに1辺の長さが2cmの正方形をかき、2番目の図形とします。同じようにして、1辺の長さが3cm、4cm、5cm、6cmの正方形を順番に周りにかいて、3番目、4番目、5番目、6番目と図形を作っていきます。それぞれの図形に、次の図形のように影をつけ、その部分の面積を考えます。下の表は、その結果をまとめたものです。このとき以下の問いについて答えなさい。

図形	1番目	2番目	3番目	4番目	5番目	6番目
面積 (cm ²)	1	3				

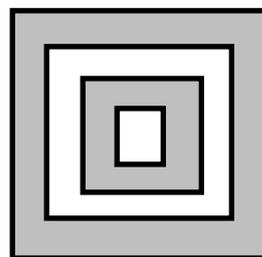


1番目



2番目

...



4番目

...

☆ a 番目 (6 番目以降) の図形の影をつけた部分の面積を、 a を使って表しなさい。

【評価基準】

A	奇数のとき、偶数のときについての場合分けがしっかりされ、 a を使ってしっかりと表すことができています。 a が奇数の場合 $a^2 - (a-1)^2 + (a-2)^2 - \cdots - 4 + 1$ a が偶数の場合 $a^2 - (a-1)^2 + (a-2)^2 - \cdots + 4 - 1$
B①	a を使って表すことができてはいるが、奇数か偶数の片方の場合のみ。
B②	場合分けはできているが、 a を使って表すことができていない。
C	数字で式のための解答 $36 - 25 + 16 - 9 + 4 - 1$

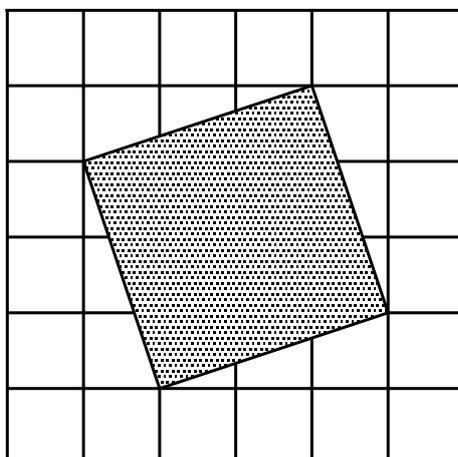
【解答分析】

A	0人 / 146人 (0%)
B①	2人 / 146人 (1.3%)
B②	12人 / 146人 (8.2%)
C	15人 / 146人 (10.2%)
無解答	117人 / 146人 (80.1%)

以上のことから、問題が生徒の実態に適していなかったことがわかる。定期試験の最後の問題ということもあり、そこまでたどり着けなかった生徒も多くいたようだ。テスト返却の説明時の生徒の様子からも、生徒の実態には適していなかったと反省した。どの生徒にも、思考力・表現力を身に付けさせるためには、問題の研究がさらに必要であると感じた。

(2) 3年 「平方根」

- 【問題】 ① 次の図の正方形の1辺の長さを根号を使って求めなさい。
② ①の長さを小数で0.1cmの単位まで求める方法を具体的に書きなさい。



【評価基準】

A	平方根の近似値の求め方が具体的に式と言葉で書かれている 例 $\sqrt{10}$ は2乗すると10になるから $3^2 = 9$ $4^2 = 16$ より $3 < \sqrt{10} < 4$ になる $3.1^2 = 9.61$ $3.2^2 = 10.24$ より $3.1 < \sqrt{10} < 3.2$ になる 9.61より10.24のほうが10に近いから 1辺の長さは、3.2cmである。
B	平方根の近似値が2乗の式だけで書かれている または、3.1cmを近似値としている 例 $3^2 = 9$ $4^2 = 16$ $3.1^2 = 9.61$ $3.2^2 = 10.24$ 1辺の長さは、3.2cmである。 3.1cmである。
C	平方根の近似値だけが書かれている

【解答分析】

A	26人 / 191人 (13.6%)
B	13人 / 191人 (6.8%)
C	12人 / 191人 (6.3%) $\sqrt{3}$ $\sqrt{9}$ など
他	11人 / 191人 (5.8%)
無解答	129人 / 191人 (67.5%)

以上のことから、論理的にきちんと考えて書くことができる生徒がいる一方で、途中まで考えて書くことができずに、無解答の生徒が多いことがわかる。説明をする手順や何を説明すればよいのかを考えることから指導していかなければ、考え方は身についていかないことがわかる。授業でもこのような課題を多く取り入れて、思考力・判断力・表現力を育成していかなければならない。

V まとめと課題

生徒の疑問や発想を日々の授業で引き出すことの大切さを改めて感じさせられた。誰もが興味をもち、思考力・表現力を引き出すことのできる発問を工夫していきたいと考えている。数学ならではの論理的思考や簡潔性等のよさをよりよく理解させること、興味をもたせながら考えさせ、表現させることについて、今後も研究を重ねていきたいと考える。

本研究のテーマである「思考力・判断力・表現力を育成する発問の工夫」について、3つの場合についてまとめた。

- 1 授業での発問や評価テストの問題において、解答を求めるだけでなく、その解答がどのような既習事項を活用して、どのような過程を経て導かれたのかを生徒自身の言葉で、説明させるようにすることが大切である。
- 2 「どのように考えたらよいか」という解決の見通しをもたせたり、解決の手順を考えさせるためには、どの既習事項を活用すればよいかを確認させたり、どこに着眼すればよいかを気づかせたりするような発問や助言を効果的にする必要がある。具体的に、いくつかの場面を想定して、発問や助言を分類してみた。

思考力・判断力・表現力を伸ばす発問（助言）の例

（どの場合も必ず理由付けをさせる。）

- （１） 過程を説明させる
「どうしてこうなったのだろう？」「この結果はどうしてでてきたのだろう」
- （２） 比較させる
「Aの場合とBの場合は、どこが違うのだろう。」
- （３） 分類・分析させる
「この中で同じものはどれだろう。同じだと考えた理由は？」
- （４） 選択させる
「この場合は、どちらがわかりやすいだろう。（どちらが正しいのだろう。）」
「その理由も考えてみよう。」
- （５） 具体化させる
「もう一度、具体的な数に戻って、1， 2， 3， ……の場合は？」
- （６） 統合・総合させる
「これらをまとめるとどうなるだろう。」

今後は、これらの分類した発問をどの場面でどのように活用していくことが効果的であるかを分析して、さらに多くの例を考えていきたい。

- 3 生徒の学び合いの中から、「なぜそうなるの？」「そのところがわからないのだけれど」「もう少し具体的に説明してもらえる？」という反応が出てくると、発表する生徒は、より詳しく説明をしなければならなくなる。相手に伝わるようにわかりやすく表現する力を伸ばすことにつながってくる。

数学における「思考力・判断力・表現力の育成について発問の工夫」に焦点をあてて研究を進めてきた。所沢市の「学力向上に向けた3つの提言と取り組み」の提言1（学校）には、『「1時間」の学習目標の提示』と『考えを引き出す発問の工夫』があげられている。今回の研究を通して、1時間の授業における1つの中心的発問が、その時間の学習目標と連携していることが大切であることがわかった。また、その課題にたどり着くための補助的発問を工夫していくことで、より効果が上がることもわかった。

生徒にとっては、何を考えればよいか明確に伝わってくることによって、興味を持って考えることができる。そして、考えることの楽しさや喜びを実感することで、思考力・判断力・表現力が育成されるだけでなく、主体的に学習に取り組む態度を養うことにもなる。

今回の研究で、生徒が思考力・判断力・表現力を身につけていくためには、学習課題や教師の発問が重要であること、生徒どうしの学び合いがその育成に効果があることなど、多くのことを考える機会になった。今後も、思考力・判断力・表現力の育成と発問の工夫の関連について研究を進めていきたい。