

小学校算数研究部

I 研究主題

数学的な思考力・表現力を育てる指導と評価

II 研究主題設定の理由

数学的な思考力と表現力に関して、学習指導要領の算数科の目標には、「見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てる」と示されている。今回の改訂で新たに「表現する能力」の文言を加え、考える能力と表現する能力を並べて示すことで、自分の考えを表現したり、他者に説明したりする活動の重要性が示されている。

第6学年の場合の数において、人間地区算数数学学力調査では、以下の問題が出題された。

A, B, C, Dの4人が1列に並びます。Aが先頭になる並び方は何通りあるでしょう。
(平成23年度 65% 平成10年度 75%) 実施学年 中学1年

主な誤答として、「3通り」や「4通り」が多かった。無解答も多かった。思いつくままに答えてしまったり、順列の調べ方が分からなかったりした児童がいることが考えられる。児童自ら図などを用いて調べたり、解決方法を確認めたりさせていけば、答えを求められたのではないだろうか。

数学的な思考力・表現力を育てるためには、適切な評価と支援が必要である。学習評価についても、基本的な考え方が国立教育政策研究所から示され、評価の観点の改善も行われた。

しかし、現在の学校で行われている評価は、単元末のペーパーテストで行うことが多い。これでは、結果のみの評価となり、自力解決や比較検討場面など、児童の思考力・表現力が発揮される、学習の過程での評価が十分ではないと考えた。

また、数学的な思考力・表現力を伸ばすためには、児童一人一人の学習状況を適切に評価し、個に応じた支援を行うことが大切である。教科書の教師用指導書などにある評価規準をもとに指導をする場合は、より具体的な評価基準を設定したい。

以上のことから、数学的な思考力・表現力を育てる指導と評価について研究をすることにした。

5 指導計画・評価計画			
時	目標	学習活動	おもな評価規準
① 並べ方 【3時間】下p.42~46			
1	★	プロローグ ◎ p.42のイラストを見て、遊園地の乗り物に1回ずつ乗るときの乗る順序を考えて、乗る順序はいろいろあることを確かめ、順列についての関心を高める。 ◎ 所要時間は10分程度	
		◎ 順列について、落ちや重なりがないように、4つの乗り物に乗る順序を考える。 ● 乗り物を記号化して考えたとよいことを知る。 ● 表や樹形図を用いて調べる。	◎ 順列について、落ちや重なりがないように工夫して順序よく調べようとしている。
2	★	● 表や樹形図を用いた調べ方について話し合う。 ● 3つの数字で3桁の整数が何通りできるか調べる。 ● 「算数のおはなし」を読み、いくつかの数字を使ってつくる、4桁のパスワードが何通りできるか考える。	◎ 順列について、落ちや重なりがないように、記号化したり図や表を用いたりして、順序よく筋立てて考え、調べている。
3		● 4つの数字で2桁の整数が何通りできるか調べる。 ● メダルを3回投げたときの表と裏の出方が何通りあるか調べる。	◎ 順列について、落ちや重なりがないように順序よく整理して調べることができる。

III 研究の内容 (研究に迫る手立て)

1 自力解決段階での評価と支援を工夫し、数学的な思考力・表現力を育てていく。

具体的な手立て…ループリック (判定基準) を活用した評価と支援を行う

数学的な思考力・表現力は、ペーパーテストなどによる評価や数値化を図ることが難しい。教科書の教師用指導書などの評価規準を、より具体的にして、児童一人一人の学習状況を把握し、数学的な思考力を伸ばすための個に応じた支援を行う必要がある。そこで、自力解決段階

において、ルーブリックを取り入れた評価を行う。

ルーブリックとは、「成功の度合いを示す数段階程度の尺度と、尺度に示されたレベル（評点・評語）のそれぞれに対応するパフォーマンスの特徴を記した記述語から成る評価基準表」である。ルーブリックを作成し、評価基準を明確にしておくことで、思考力・表現力を客観的に評価することができる。また、到達段階に応じた具体的な支援方法を準備しておくことで、個に応じた支援ができると考えた。

2 言語活動の充実を図り、数学的な思考力・表現力を育てていく。

具体的な手立て…児童自ら数学的表現を用いて説明し、伝え合う活動を設ける

数量や図形などに関する事実や手続き、思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現するためには、言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて的確に表現する必要がある。そこで、児童一人一人が主体的に問題解決をしていくなかで、ただ答えを求めさせるだけではなく、自分の考えを言葉や数、式、図、表、グラフなどに表し説明する活動を取り入れる。

また比較検討の場面では、考えたことや工夫したことなどを数学的な表現を用いて伝え合う機会を設ける。伝え合うことにより、お互いの考えを高め合ったり、一人では気付くことのできなかつた新たなことを見出したりできるようにしていくことで、数学的に表現することのよさを実感できるようにさせたい。

IV 実践例

実践例（1） 第4学年3組算数科学習指導案

平成23年11月30日（水） 第6校時
場所 所沢市立北野小学校4年3組教室
指導者 所沢市立北野小学校 岡田 実華
所沢市立牛沼小学校 山内しのぶ

- 1 単元名 面積のはかり方と表し方「広さを調べよう」
- 2 単元について(省略)
- 3 研究にせまる手立て (省略)
- 4 単元の目標

面積について単位と測定の意味を理解し、面積を計算によって求めることができるようにするとともに、面積についての量感を豊かにする。

【算数への関心・意欲・態度】面積を数値化して表すことのよさや、計算によって求められることの便利さに気づき、身の回りの面積を求めるなど生活に生かそうとする。

【数学的な考え方】面積について、量や乗法の学習を基に、単位の何こ分で数値化して表すことや、辺の長さを用いて計算で求められることを考え、とらえることができる。

【数量や図形についての技能】長方形、正方形の面積を、公式を用いて求めることができる。

【数量や図形についての知識・理解】面積について、単位と測定の意味や、長方形や正方形の面積は計算によって求められることやその求め方を理解し、面積についての量感を身に付ける。

5 単元の指導計画（本時 5 / 9）


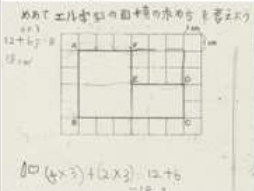
- 第1時 面積の比べ方
- 第2時 面積の単位「平方センチメートル（ cm^2 ）」
- 第3・4時 長方形、正方形の求積公式
- 第5時 複合図形の内積の求め方
- 第6・7時 面積の単位「平方メートル（ m^2 ）」
- 第8時 大きな面積の単位
- 第9時 学習内容の確認

6 本時の指導

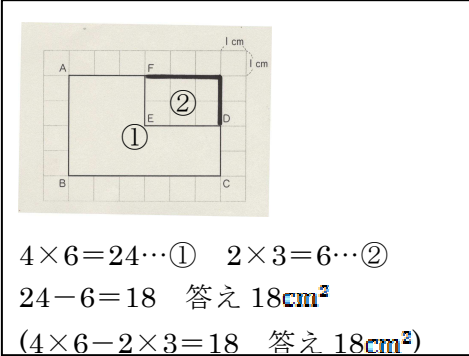
(1) 目標

既習の長方形や正方形の内積を求める学習を活用して、長方形を組み合わせた図形の内積の求め方を考え、面積を求めることができる。

(2) 展開

学習活動	主な発問と予想される児童の反応	留意点 (○)・評価の観点 (☆)	時間
1 課題をつかむ。	<p>T：正方形や長方形の内積は求められるよね。</p> <p>T：では、この形の内積は求められるかな。</p> <p>T：これはどんな形ですか。</p> <p>C：階段</p> <p>C：長靴</p> <p>T：階段の形の内積は求められるでしょうか。</p> <p>C：う～ん。</p> <p>T：どうしてですか。</p> <p>C：長方形でも正方形でもないから。</p>	<p>○正方形と長方形の内積を求める公式を復習する。</p>	8分
2 見直しをもち、自力解決をする。	<p>T：長方形か正方形の内積なら求められるよね。</p> <p>C：長方形か正方形の公式を使ってできないかな。</p>	<p>○階段の形は、正方形でも長方形でもないことを確認する。</p> <p>○ノートに解決方法の計画を書かせる。</p> <p>○ループリックをもとに数学的な思考力・表現力を評価し、支援していく。</p>	12分
学習活動における具体的な評価標準	<p>A</p> <p>・式と図を関連付けた説明を書いて面積を求めている。 《ノート例》</p> 	<p>B</p> <p>・面積を求めているが、式に表していない。</p> <p>・面積を求めているが、図と式を関連付けていない。 《ノート例》</p> 	<p>C</p> <p>・面積を求めることができない。</p>
長方形を組み合わせた図形の内積を公式を活用して計算で求めている。	<p>《Aに到達するための支援》 式と図を関連付けて考えられるようにする。</p>	<p>《Bに到達するための支援》 長方形や正方形が図形の中にあることに気づかせ、補助線を引けるようにする。</p>	

		<p>○解決が進まない児童には、小集団指導を行う。</p> <p>○図と式を関連付けて表現できていない児童に説明の例を示す。</p> <p>★複合図形の面積を、求積方法が既習である長方形や正方形に分割するなどして考え、図や式などを用い説明している。</p> <p>【数学的な考え方】→ノート</p>	
<p>3 解決結果を発表して話し合う。</p>	<p>T：考え方を発表してもらいます。自分のやり方と比べながら聞きましょう。</p> <p>A 縦に切り長方形に分ける（たて切り作戦）</p> <div data-bbox="379 757 852 1120" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;"> $4 \times 3 = 12 \dots \textcircled{1}$ $2 \times 3 = 6 \dots \textcircled{2}$ $12 + 6 = 18$ 答え 18cm^2 </p> </div> <p>C：縦に線を入れて長方形2つに分けて面積を求めました。</p> <p>C：なぜ分けたのですか。</p> <p>C：縦に分ければ、長方形の面積の公式が使えるからです。</p> <p>T：この考えと同じ人は手を挙げましょう。</p> <p>B 横に切り長方形に分ける（よこ切り作戦）</p> <div data-bbox="379 1451 839 1771" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;"> $2 \times 3 = 6 \dots \textcircled{1}$ $4 \times 3 = 12 \dots \textcircled{2}$ $6 + 12 = 18$ 答え 18cm^2 $(2 \times 3 + 4 \times 3 = 18)$ 答え 18cm^2 </p> </div> <p>C：横に線を入れて長方形2つに分けて面積を求めました。</p> <p>C：なぜ分けたのですか。</p> <p>C：横に分ければ、長方形の面積の公式が使えるからです。</p> <p>T：この考えと同じ人は手を挙げましょう。</p>	<p>○自分のやり方と比べながら、友達の発表を聞くようにさせる。</p> <p>○はじめは式だけ発表させ、友だちがどのような考え方で求めたか考えられるようにする。</p> <p>○児童と確認をしながら1つの式にまとめていく。</p> <p>○自分の考えを説明させる。</p> <p>○説明がわからない所には、質問させて考えが深まるようにする。</p> <p>○発想のよさを認めてほめる。</p> <p>○どの考えも長方形の面積の公式を使うために分けたり大きな長方形をつくらしたりしていることを確認する。</p>	<p>15分</p>

	<p>C 大きい長方形から切り取る (切り取り作戦)</p>  <p>$4 \times 6 = 24 \dots \textcircled{1}$ $2 \times 3 = 6 \dots \textcircled{2}$ $24 - 6 = 18$ 答え 18cm^2 $(4 \times 6 - 2 \times 3 = 18$ 答え $18\text{cm}^2)$</p> <p>C : 大きい長方形をつくり、余分な小さい長方形を取って面積を求めました。 C : なぜ大きい長方形をつくったのですか。 C : 長方形の面積の公式が使えるからです。 T : これらの考えのよいところや似ているところを話し合しましょう。</p>	<p>★どの考えも既習の長方形や正方形の形を基にして求めていることに気づき、既習を活用するよさを認めている。 【算数への関心・意欲・態度】 →ノート・発言</p>	
<p>4 学習のまとめをする。</p>	<p>T : それでは、学習のまとめをしましょう。</p> <p>まとめ 階だんの形の面積は、分けたり切ったりして長方形にすると求めることができる。</p>	<p>○自分の言葉でまとめさせる。</p>	<p>5分</p>
<p>5 適用問題をやる。</p>	<p>T : 今日見つけたやり方で他の形の面積が求められるか確かめましょう。</p>	<p>○どんな方法 (作戦) で解いたか、書かせる。</p>	<p>5分</p>

(3) 板書計画



7 備考

(1) 在籍児童数 男子 16 名 女子 16 名 計 32 名

実践例（２） 第6学年1組 算数科学習指導案

平成23年11月2日（水）第5校時

場所 所沢市立中央小学校6年1組教室

指導者 所沢市立中央小学校 石井 清和

所沢市立山口小学校 萬 将広

- 1 題材名 場合の数
- 2 単元について（省略）
- 3 研究にせまる手立て（省略）
- 4 単元の目標

○具体的な事柄について起こり得るすべての場合を順序よく整理して調べることができるようにする。

【関心・意欲・態度】 順列や組み合わせについて、図や表を用いて工夫して調べようとする。

【数学的な考え方】 順列や組み合わせを考える際に、落ちや重なりのないように適切な観点から順序よく分類整理して考えることができる。

【数量や図形についての技能】 順列や組み合わせについて、落ちや重なりのないように調べることができる。

【数量や図形についての知識・理解】 順列や組み合わせについて、落ちや重なりのないように調べる方法を理解する。

- 5 単元の指導計画（本時 1 / 6）

第1・2時 乗り物に乗る順番

第3時 いろいろな並べ方

第4時 リーグ戦の組み合わせ

第5時 いろいろな組み合わせ

第6時 学習内容の確認

- 6 本時の展開（第1時）

① 本時の目標 順列について、落ちや重なりのないように調べる方法を考える。

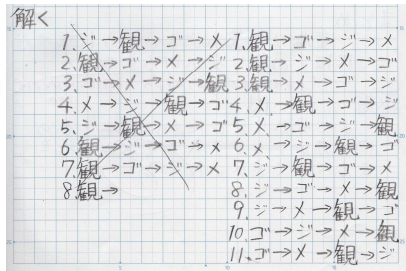
② 本時の展開

学習活動	主な発問と予想される児童の活動	留意点・評価の観点（★）	時間
1 問題場面を知る。	<p>問題ジェットコースター、観覧車、ゴーカー、メリーゴーランドに、1回ずつ乗ります。乗る順番には、どんなものがあるか調べましょう。</p> <p>T:例えばどんな乗り方がありますか。</p> <p>C:ジェットコースター、観覧車、ゴーカー、メリーゴーランドです。</p> <p>C:観覧車、メリーゴーランド、ゴーカー、ジェットコースターです。</p> <p>C:たくさん乗り方がありそうだな。</p> <p>T:何通りになりそうですか。</p> <p>C:たくさんあるなあ。</p>	<p>・乗り方を自由に考えさせる。</p>	10分

<p>2 本時の課題を確認する。</p> <p>3 計画をたて、課題を解決する。</p>	<p>C: 5通りまで書けました。まだありそうです。</p> <p>C: 本当は何通りあるんだろう。</p> <p>C: 同じ乗り方を書いちゃった。</p> <p>T: 思いつきで乗り方を書いていってしまうと、落ちや重なりが出てしまいますね。</p> <p>T: 今日は、乗り方は全部で何通りか工夫して調べましょう。</p>	<p>・落ちや重なりの場面を提示し、思いつきで考えると、うまく調べられないことに気付かせる。</p>	<p>15分</p>								
	<p>落ちや重なりがないように乗り方を調べる方法を考えよう。</p> <p>T: 何通りの並び方があるか、計画を立て解決しましょう。</p>	<p>し、それぞれの段階に応じた支援をする。</p>	<p>15分</p>								
	<p>数学的な思考力・表現力を評価するためのルーブリック</p> <table border="1" data-bbox="375 772 1332 1153"> <thead> <tr> <th data-bbox="375 772 582 862">学習活動における具体的な評価規準</th> <th data-bbox="582 772 829 862">A</th> <th data-bbox="829 772 1077 862">B</th> <th data-bbox="1077 772 1332 862">C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="375 862 582 1153">順列について、落ちや重なりがないように、記号化したり、固定したりして調べることができる。</td> <td data-bbox="582 862 829 1153"> <ul style="list-style-type: none"> ・1番目、2番目に乗る物を決めて調べている。 ・図や表に表している。 </td> <td data-bbox="829 862 1077 1153"> <ul style="list-style-type: none"> ・1番目に乗る物を決めて調べている。 <p>《Aに到達するための支援》 1番目だけでなく、2番目に乗る物も決めて調べていくようにする。</p> </td> <td data-bbox="1077 862 1332 1153"> <ul style="list-style-type: none"> ・落ちや重なりがないように調べることができない。 ・思いつくままに調べてしまっている。 <p>《Bに到達するための支援》 まず、1番目に乗る物を決めて調べていくようにする。</p> </td> </tr> </tbody> </table> <p>〈予想される児童の反応〉</p> <p>C 1 乗り物を記号化して並べながら調べる。</p> <p>ジ, か, ゴ, メ, ゴ, ジ, メ, か, か, ジ, メ, ゴ, メ, ジ, ゴ, か ジ, ゴ, メ, か, ゴ, か, ジ, メ, か, ゴ, メ, ジ, ゴ, ジ, か, メ か, ジ, ゴ, メ, ゴ, ゴ, ジ, か, ジ, か, メ, ゴ, ゴ, か, メ, ジ か, ゴ, ジ, メ, ゴ, ゴ, ゴ, か, ゴ, ゴ, ゴ, メ, か, ゴ, ジ か, メ, ゴ, ジ, ゴ, ゴ, ゴ, か, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, か か, メ, ジ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ, ゴ</p> <p>C 2 はじめに乗る乗り物を決めて調べる。</p> <p>C 3 色分けして整理し調べる。</p> <p>C 4 樹形図を書いて調べる。</p> <p>C 5 乗り物を1つずつずらして調べる。(右図)</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;"> <pre> ジかゴメ ↓ かジゴメ ↓ かゴジメ ↓ かゴメジ </pre> </div>	学習活動における具体的な評価規準	A	B	C	順列について、落ちや重なりがないように、記号化したり、固定したりして調べることができる。	<ul style="list-style-type: none"> ・1番目、2番目に乗る物を決めて調べている。 ・図や表に表している。 	<ul style="list-style-type: none"> ・1番目に乗る物を決めて調べている。 <p>《Aに到達するための支援》 1番目だけでなく、2番目に乗る物も決めて調べていくようにする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・落ちや重なりがないように調べることができない。 ・思いつくままに調べてしまっている。 <p>《Bに到達するための支援》 まず、1番目に乗る物を決めて調べていくようにする。</p>	<p>・計画がたてられない児童には、乗り物のカードを使いながら、はじめにのる乗り物を固定して調べるよう支援する。(評価Cから評価Bへ)</p> <p>・早く解決ができた児童には、2番目に乗るものも固定して調べる方法も考えさせる。(評価Bから評価Aへ)</p> <p>★順列について、落ちや重なりがないように工夫して調べようとしている。</p> <p>【関心・意欲・態度】→ノート・観察</p> <p>★順列について、落ちや重なりがないように、記号化したり、1つのものを固定したりして調べることができる。</p> <p>【数学的な考え方】→ノート・観察</p>	<p>15分</p>
学習活動における具体的な評価規準	A	B	C								
順列について、落ちや重なりがないように、記号化したり、固定したりして調べることができる。	<ul style="list-style-type: none"> ・1番目、2番目に乗る物を決めて調べている。 ・図や表に表している。 	<ul style="list-style-type: none"> ・1番目に乗る物を決めて調べている。 <p>《Aに到達するための支援》 1番目だけでなく、2番目に乗る物も決めて調べていくようにする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・落ちや重なりがないように調べることができない。 ・思いつくままに調べてしまっている。 <p>《Bに到達するための支援》 まず、1番目に乗る物を決めて調べていくようにする。</p>								

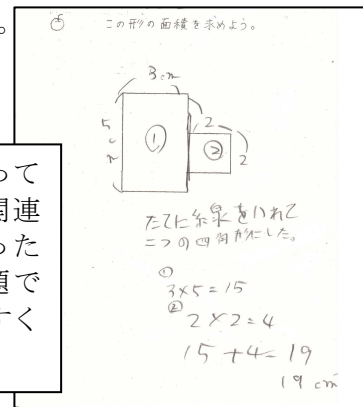
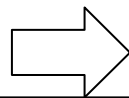
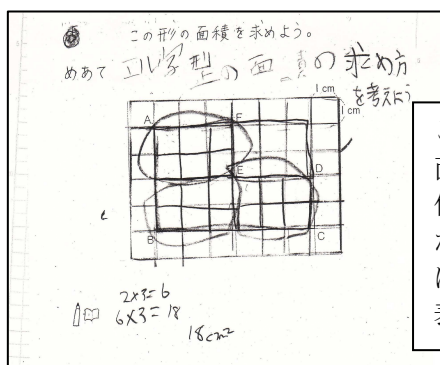
V 研究のまとめと今後の課題

- 1 「自力解決段階での評価と支援を工夫し、数学的な思考力・表現力を育てていく」ことについて
- ルーブリックを作成することで、教師にとって本時の指導のねらいがいつそう明確になった。
 - ルーブリックを作成したことで、Cと評価した児童に対する支援が適切にできた。



この児童は、はじめ思いつきで順番を考えていたが、教師の支援で1番目を固定して考えられるようになった。

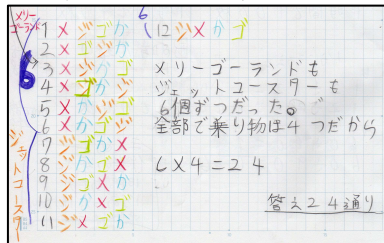
- 座席表に評価を記入することで、児童の実態を把握でき、事後の指導に活かされた。
- CからB、BからAに児童が変容したことを把握できた。



この児童は、はじめどうやって面積を求めたか図と式を関連付けて表現できていなかったが、比較検討後の適用問題では、自分の考えをわかりやすく表現できるようになった。

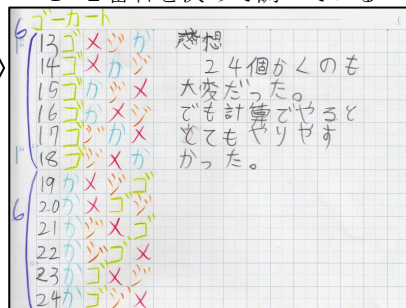
自力解決時

1番目のみ決めて調べている



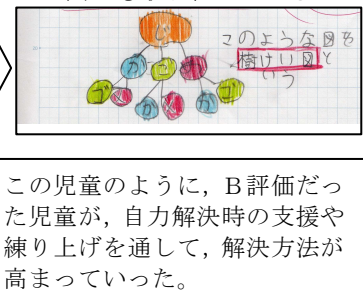
支援後

1・2番目を決めて調べている



比較検討後

図にも取り組んでいる



この児童のように、B評価だった児童が、自力解決時の支援や練り上げを通して、解決方法が高まっていった。

- TTなどを活用すれば、更にきめの細かい評価と支援ができる。
- 時間の経過によって、Cと評価した児童がその後Bに変容していることがある。ルーブリック評価だけでなく、授業後のノートや発言の様子など、複合的に評価する必要がある。

2 「言語活動の充実を図り、数学的な思考力・表現力を育てていく」ことについて

- 教師が具体的に図と式の関連を示すことで、筋道立てて説明できるようになった。
- 図や式を関連付けることで、友だちがどう考えたのかも式から推測できるようになった。
- 他の単元でも意図的、系統的に指導していく必要がある。

【引用・参考文献】

- 文部科学省 (2008) 「小学校学習指導要領解説算数編」、東洋館出版社
- 国立教育政策研究所 教育課程研究センター (2010) 「評価規準の作成のための参考資料 (小学校)」
- 東京教育研究所 (2010) 「思考力・表現力(活用の能力)を育む学習評価に関する事例研究～ルーブリックを用いた評価の試案～」
- 東京書籍編 (2011) 「新しい算数」、東京書籍
- 入間地区算数数学教育研究会 (2010) 「入間地区算数数学学力調査報告書 第55号」