

## 算数・数学研究部

### I 研究主題

#### 数学的な思考力・表現力を育てる評価と支援

－小・中の接続を意図した能力形成と判定基準による支援－

### II 研究主題設定の理由

学習指導要領では「数学的な思考力・表現力の育成」が強調されているが、平成24年度埼玉県学習状況調査における「数学的な考え方」(小)、「数学的な見方・考え方」(中)の本市の達成状況は、埼玉県の平均を上回っているものの、7割を下回っており十分とはいえない。

国立教育政策研究所山森光陽先生から、思考力・判断力・表現力の育成にかかわって、次の2点について御指導いただいた。1点目は、課題に対してどのような出来具合であれば「概ね満足」(B)、「努力を要する」(C)、「十分満足」(A)と判定されるか、その判定基準を明確にするとともに、それぞれに対して、どのような手立てを講じればCをBに、BをAに高めることができるのか支援策を明確にしておくことである。2点目は、「能力を高める支援」となるように、「概ね満足」(B)として育成したい数学的な思考力・表現力(以下「能力」)、「十分満足」(A)として育成したい能力を明確にしておくことである。算数・数学研究部では、C、B、Aの判定基準を明確にした的確な支援を行い、個の能力を高める指導について研究していくことにした。

研究を進めるに当たり、山形大学市川啓先生の御指導のもと入間地区算数数学学力調査の問題を検討し、どのようなつまずきがあるのか考察した。

[平成17年度内容小5・正答率51%]

⑭ 長さの等しいぼうで正三角形を作り、下の図のようにならべていきます。  
正三角形を20を作るには、ぼうは何本必要でしょう。

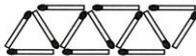


正三角形の数	1	2	3					
ぼうの数(本)	3	5	7					

 本

[平成23年度内容中1・正答率34%]

11 下の図のように、マッチ棒を使って正三角形を横に並べていきます。  
正三角形の数が $n$ 個のときのマッチ棒の本数を、 $n$ を使った式で表しなさい。



24

上の問題からは、小学校では表からきまりを見いだし「値」を求める能力に課題があり、中学校では関数関係を「式」に表す能力に課題があることが分かる。更に、下の問題からは既に小学校の段階で「式」に表す能力が十分でないことが分かる。

[平成20年度内容小5・正答率86%]

⑮ わりばしを使って、図のように、1だん、2だん、…と重ねて、かいだんの形をつくります。10だんのときのわりばしの本数を求めましょう。

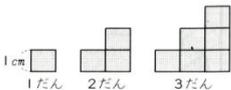


だんの数(だん)	1	2	3	4		
わりばしの本数(本)	4	8	12	16		

 本

[平成19年度内容小5・正答率47%]

⑯ 1辺が1cmの正方形のあつ紙を、下の図のように1だん、2だん、…と重ねて、階だんの形を作ります。だんの数を○だん、まわりの長さを $\Delta$ cmとして、まわりの長さを求める式を書きましょう。



階だんの形のだんの数とまわりの長さ						
だんの数	○(だん)	1	2	3	4	5
まわりの長さ	$\Delta$ (cm)	4	8			

式

これら4つの問題から、表からきまりを見いだしたり、そのきまりを式に表したりするなど、関数関係を捉える能力を、上で述べた判定基準をもとにした支援によって、小学校から中学校へなだらかに高める必要があることがわかった。

以上より、算数・数学研究部の研究主題を「数学的な思考力・表現力を育てる評価と支援—小・中の接続を意図した能力形成と判定基準による支援—」とした。

### III 研究の内容

算数・数学研究部では、関数関係を捉える能力を育成するため、小中の接続を意図した題材として「多角形の内角の和」を取り上げた。小学校第5学年では三角形、四角形の内角の和を学習した後の多角形の内角の和を求める場面、中学校第2学年では多角形の内角の和の一般式を求める場面を取り上げた。

#### 1 評価規準の設定

小中の接続を意図した能力形成に向けて、国立教育政策研究所「評価規準の作成のための参考資料」の小学校第5学年及び中学校第2学年の「図形の評価規準に盛り込むべき事項」及び「図形の評価規準の設定例」から、小学校第5学年・中学校第2学年の単元及び本時の評価規準を設定した。

##### (1) 小学校第5学年の評価規準

###### 【単元の評価規準】

多角形についての観察や構成などを通して、多角形の角についての性質を見だし、それが正しいことを筋道立てて考えることができる。

###### 【本時の評価規準】

多角形についての観察や構成などを通して、多角形の角の和についての性質を見だし、それが正しいことを筋道立てて考えることができる。

##### (2) 中学校第2学年の評価規準

###### 【単元の評価規準】

対頂角や平行線の性質、三角形の角についての性質、多角形の内角の和についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、対頂角や平行線の性質、三角形の角についての性質、多角形の内角の和を見だし、それが正しいことの根拠を明らかにして筋道立てて考えたり説明したりすることができる。

###### 【本時の評価規準】

多角形の内角の和を予想し、それが正しいことを既習のことに帰着させて考えることができる。

#### 2 「育成すべき能力」の設定

能力の設定に当たっては学習指導要領に示されている内容を吟味した。小学校第5学年の図形領域及び数量関係領域の内容、中学校第2学年の図形領域及び関数領域の内容から、育成すべき能力を設定するとともに小中のなだらかな接続を明確にした。

(1) 小学校第5学年の「育成すべき能力」

【本時で育成したい能力B(概ね満足できる)】

表を縦にみたり、横にみたりしてきまりを見付けて値を求める能力

【本時で育成したい能力A(十分満足できる)】

表から一般式(言葉の式)を帰納的に求める能力

(2) 中学校第2学年の「育成すべき能力」

【本時で育成したい能力B(概ね満足できる)】

表から一般式(文字式)を帰納的に求める能力

【本時で育成したい能力A(十分満足できる)】

表から見いだした一般式を図で演繹的に解釈する能力

(3) 小中の接続を意図した能力形成

小学校第5学年、中学校第2学年の能力を対比すると、以下の表のようになる。  
小学校第5学年のBは中学校第2学年ではCに相当し、小学校第5学年のAは中学校第2学年のBに相当することが明らかになった。

小学校 第5学年	努力を要する(C)	概ね満足できる(B)	十分満足できる(A)	
	5(1)①参照	表を縦にみたり横にみたりしてきまりを見付け値を求める能力	表から一般式(言葉の式)を帰納的に求める能力	
中学校 第2学年	努力を要する(C)	概ね満足できる(B)	十分満足できる(A)	
	5(2)①参照	表から一般式(文字式)を帰納的に求める能力	表から見いだした一般式を演繹的に図で解釈する能力	

3 「育成したい能力」を發揮させる課題づくりまでの流れ

国立教育政策研究所山森光陽先生から、思考力・判断力・表現力を育成するには、子どもに「考える必要感」をもたせることが重要であることを御指導いただいた。子どもが必要感をもって課題をもつようにするための状況を設定した。

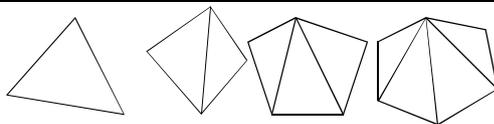
(1) 小学校第5学年における課題をもつまでの流れ

① 育成したい能力Bを發揮させる課題づくり

本時では、能力Bとして「表を縦にみたり横にみたりしてきまりを見付け値を求める能力」を育成するために、課題を以下のようにつくっていった。前時まで学習した六角形までの角の大きさの和の求め方を表と関連付けて確認するこ

とで、表が本時の課題解決の手がかりになることを意識づけた。

図形(辺の数)	3 角形	4 角形	5 角形	6 角形	...	20 角形
三角形の数	1	2	3	4	...	
角の大きさの和	180°	360°	540°	720°	...	



- T 今日は何角形の角の大きさの和を求めたいですか。
- C 100 角形の角の大きさの和を求めたい。
- C 100 角形を描くことができません。
- T 20 角形だったら描けますか。ノートに描いてみましょう。
- .....20 角形を描く作業.....
- C 20 角形を描くのは無理だよ。
- T 角の大きさの和を求められないということですか。
- C 表の中のきまりを使えば 20 角形の角の大きさの和を求められます。



課題 1 表からきまりを見つけて 20 角形の角の大きさの和をもとめよう。

※20 角形を描けない事実に直面させ、『他の方法で求めることができないか』という意識を持たせる。表から二量の規則性を見いだす必要感を喚起した。

② 育成したい能力 A を発揮させる課題づくり

本時では、能力 A として「表から一般式(言葉の式)を帰納的に求める能力」を育成するため、自力解決中に B を達成した児童を集め、以下の流れで、A を達成するための課題を与えた。

- T みなさんは、表からきまりを見つけて、20 角形の角の大きさの和を求めることができましたね。どんな多角形でも簡単に角の大きさの和を求められるようにしたいのですが、どうしたらいいですか。
- C 表から見付けたきまりを式に表すといいと思います。



課題 2 「多角形の角の大きさの和」を求める言葉の式をつくりましょう。

(2) 中学校第 2 学年における課題をもつまでの流れ

① 育成したい能力 B を発揮させる課題づくり

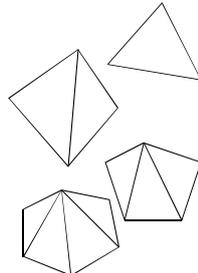
本時では、能力 B として「表から一般式(文字式)を帰納的に求める能力」を育成するために、課題を以下のようにつくっていく。四角形・五角形・六角形の内角の和の求め方を表にまとめていき、表を課題解決の手がかりにさせる。

T 三角形の内角の和は何度ですか。

C  $180^\circ$  です。

T 四角形・五角形・六角形の内角の和を表にまとめてみよう。

※ 図形と式を関連付けて六角形までの内角の和を確認していく。



辺の数	三角形の数	内角の和
3	1	$180 \times 1 = 180$
4	2	$180 \times 2 = 360$
5	3	$180 \times 3 = 540$
6	4	$180 \times 4 = 720$

T 図形をかくのが難しくなりますね。例えば、百角形の内角の和はどうなるだろうか。

C 表でも 100 までつくるのは大変です。

C 表から規則性を見付ければ百角形でも求められます。



課題1 表からきまりを見付けて、 $n$  角形の内角の和をもとめよう。

※ 表をつけたす。

n		
---	--	--

② 育成したい能力Aを発揮させる課題づくり

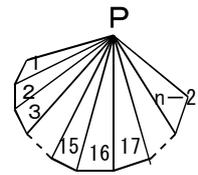
本時では、能力Aとして「表から見いだした一般式を演繹的に図で解釈する能力」を育成するため、自力解決中にB規準を達成した児童を集め、以下の流れで、A規準を達成するための課題を与えた。

T 多角形の内角の話は  $180 \times (n - 2)$  で求められることが分かりましたが、 $n - 2$  は何を表していますか。

C 分割した三角形の数です。

C 多角形の辺の数より 2 小さい数です。

T どうして分割三角形の数は辺の数より 2 小さいのですか。



課題2 分割三角形の数が  $n - 2$  個になる理由を図を用いて説明しましょう。

4 本時の授業展開 ※ 発問 (●)・予想される反応 (◆)・指導上の留意点 (○)

(1) 小学校第5学年の授業展開

① 前時の内容を確認する。

●前回は5角形、6角形の内角の和を求めました。どのように求めましたか。

◆多角形を三角形に分けて三角形の数を考えました。

○図と表を合わせて確認する。

○3 角形、4 角形…の 3、4…は「辺の数」であることを押さえる。

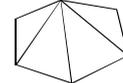
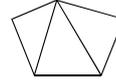
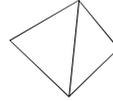
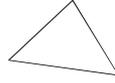
図形 (辺の数)	3 角形	4 角形	5 角形	6 角形
3 角形の数	1	2	3	4
角の大きさの和	180°	360°	540°	720°

$$180 \times 1$$

$$180 \times 2$$

$$180 \times 3$$

$$180 \times 4$$



② 課題をつかむ【省略… 3 (1)①参照】

課題 1 表からきまりを見付けて 20 角形の角の大きさの和を求めよう。

③ 見通しをもつ

●表からきまりを見付けるときに大切なことは何ですか。

◆表を縦と横、両方でみるのが大切です。

④ 課題を解決する【省略… 5 (1)①参照】

○「辺の数」、「三角形の数」、「角の大きさの和」という言葉を使って、見いだしたきまりを書かせる。

○課題 1 を解決できた子どもに課題 2 を与える。【省略… 5 (1)②参照】

⑤ 解決策について話し合う

◆「三角形の数」は「辺の数」より 2 小さいきまりを見付けました。20 角形のと  
きの三角形の数は  $20 - 2$  で 18 こです。角の大きさの和は  $180 \times 18 = 3240$ 、 $3240^\circ$   
です。

○発表に際しては、伴って変わる 2 量を言わせる。

○「辺の数」と「三角形の数」は「3→1」「4→2」「5→3」…のように、「三角形の  
数」は「辺の数」より 2 小さくなっていることに確認させる。

⑥ 解決策について高める。

●20 角形の角の大きさは求められたけれども、他の多角形の場合でも、いつでも  
簡単に角の大きさの和が求められるようにしたいですね。

◆言葉の式に表すといいと思います。

●いつでも簡単に角の大きさの和が求められるように、表から見付けたきまりを言  
葉の式に表しましょう。

課題 2 角の大きさの和を求める言葉の式をつくろう。

○「三角形の数」は「辺の数」より 2 小さいことを確認しながら、辺の数が 3、4  
…のときの「角の大きさの和」を表す式を確認する。

$$\text{三角形} \quad 180 \times (3 - 2) = 180$$

$$\text{四角形} \quad 180 \times (4 - 2) = 360$$

$$\text{五角形} \quad 180 \times (5 - 2) = 540$$

$$\text{六角形} \quad 180 \times (6 - 2) = 720$$

...

$$\text{二十角形} \quad 180 \times (20 - 2) = 3240$$

●これらの式をよく見ると、変わらないところと変わる場所がありますが、変わらないところを教えてください。

◆「180」と「2」が変わっていません。

●変わる場所を教えてください。変わる場所は何を表していますか。

◆「3, 4, 5…」と変わっていますが「辺の数」を表しています。

◆「180, 360, 540…」と変わっていますが「角の大きさの和」を表しています。

○「辺の数」に伴って、「角の大きさの和」が変わることを押さえる。

●「角の大きさの和」を求める言葉の式はどうなりますか。

◆ $180 \times (\text{辺の数} - 2)$ です。

○言葉の式に表すと、「辺の数」に数を代入するだけで簡単に「角の大きさの和」が求められることを確認する。

⑦ 本時のまとめをする。

◆表からきまりを見付けると、20角形の角の大きさの和を求めることができます。

◆変わらない数と変わる数を見付けると、言葉の式に表わすことができます。

## (2) 中学校第2学年の授業展開

① 前時の内容を確認する。

●前回の授業では、三角形の内角の和が $180^\circ$ であることを、平行線と角の性質を用いて説明しました。どのように求めましたか。

◆平行線の錯角、同位角を用いました。

② 課題をつかむ。【省略…3(2)①参照】

課題1 表からきまりを見付けて、 $n$ 角形の内角の和を求めよう。

③ 課題を解決する【省略…5(2)①参照】

○課題1を解決できた子どもに課題2を与える。【省略…5(2)②参照】

④ 解決策について話し合う

◆「辺の数」がいくつでも「三角形の数」は「辺の数」より2小さいです。 $n$ 角形のときの三角形の数は $n-2$ 個です。だから、「内角の和」は $180 \times (n-2)$ となります。

○「辺の数」と「三角形の数」は「3→1」「4→2」「5→3」…のように、「三角形の数」は「辺の数」より2小さくなっていることに確認させる。

⑤ 解決策について高める。

●多角形の内角の話はこの $180 \times (n-2)$ で求められることが分かりましたが、 $n-2$ は何を表していますか。

◆分割三角形の数です。

◆多角形の辺の数より2小さい数です。

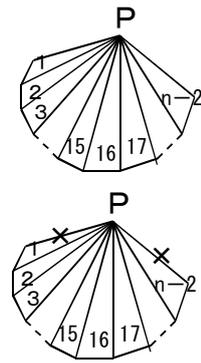
●どうして分割三角形の数は辺の数より2小さいのですか。

◆図で説明できそうです。

課題2 分割三角形の数が $n-2$ 個になる理由を図を用いて説明しましょう。

○分割三角形の数を表した $n$ 角形の図を提示する。

- 数える必要がない辺があるはずだけど、どこの辺ですか。
- ◆頂点Pから出ている2つの辺を数える必要がありません。
- ⑥ 本時のまとめをする。
- ◆  $n$  角形の内角の和は  $180 \times (n - 2)$  で表すことができる。
- ◆  $n - 2$  は分割三角形の数を表していて点Pの両隣の2辺を除いた辺の数と等しい。



5 本時の判定基準

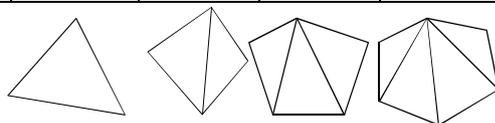
(1) 小学校第5学年の判定基準の設定

① 能力B（概ね満足できる）を育成するための評価と支援

「表を縦にみたり横にみたりしてきまりを見付け値を求める能力」を育成するため、以下の課題に対して子どもはどのように解決するかを予測し、判定基準と支援を設定した。※課題づくりまでの流れは3(1)①参照

課題1 表からきまりを見付けて20角形の角の大きさの和をもとめよう

図形(辺の数)	3角形	4角形	5角形	6角形	...	20角形
三角形の数	1	2	3	4	...	
角の大きさの和	$180^\circ$	$360^\circ$	$540^\circ$	$720^\circ$	...	



Bの判定基準

※ (B数) は判定基準

20角形の「角の大きさの和」を求めるために、

- ・ 20角形のときの「三角形の数」を求めることが必要であると考える
  - (B1) 「三角形の数」は「辺の数」より2小さいというきまりを表現し、このきまりを用いて20角形のときの「角の大きさの和」を求めている。
- ・ 「辺の数」と「角の大きさの和」の依存関係に着目し、
  - (B2) 「辺の数」と「角の大きさの和」の二量で変化のきまりを表現し、このきまりを用いて20角形のときの「角の大きさの和」を求めている。

\*\*\*\*\*CをBへ高める支援\*\*\*\*\*

※ (C数) は判定基準、(→) はBに高める支援

○ (C1) 表から決まりを見付けようとしている。

(→) 「多角形の角の大きさの和」は  $180 \times$  「三角形の数」 で求めたことを図と関連をもたせ振り返らせる。その後 (C3 i ~)

- (C2) 「角の大きさの和」が 180 ずつ増えていることに気付き 20 角形まで 180 ずつたそうとしている。

(→) (C4) と同じ。

- (C3) 180×「三角形の数」で求めるため 20 角形に対応する「三角形の数」を求めようとしている。

(→) i 「三角形の数」に伴って変わる数(「辺の数」)を見付けさせる。

ii 「3→1」「4→2」「5→3」「6→4」と唱えることによって、「三角形の数」は「辺の数」より 2 小さいことに気付かせる。

図形(辺の数)	3角形	4角形	5角形	6角形	...	20角形
三角形の数	1	2	3	4	...	
角の大きさの和	180	360	540	720	...	

- (C4) 「角の大きさの和」が 180 ずつ増えることに気付き何回たせばよいか考えている。

(→) i 「角の大きさの和」に伴って変わる数(「三角形の数」)を見付けさせ、「三角形の数」が分かれば、「何回たせばよいか」が分かることに気付かせる。

図形(辺の数)	3角形	4角形	5角形	6角形	...	20角形
三角形の数	1	2	3	4	...	
角の大きさの和	180	360	540	720	...	

ii 20 角形の「三角形の数」を見付けるためには、それに伴って変わる数(「辺の数」)を見付けさせる。その後 (C3 ii へ)

- (C5) 「三角形の数」が 1 増えると「角の大きさの和」が 180 ずつ増えることに気付き、何回たせばよいか考えている。

(→) 20 角形の「三角形の数」を見付けるためには、それに伴って変わる数(「辺の数」)を見付けさせる。その後 (C3 ii へ)

- (C6) 「辺の数」が 1 増えると「角の大きさの和」が 180 ずつ増えることに気付き、何回たせばよいか考えている。

(→) i 「辺の数」が 3 から 20 までいくつ増えているか考えさせ、差で求められことに気付かせる。

ii 3 角形の角の大きさの和 (180) から、どれだけ増えるか考えさせる。

\*\*\*\*\*

② 能力 A (十分満足できる) を育成するための評価と支援

「表から一般式(言葉の式)を帰納的に求める能力」を育成するため以下の課題を提示した。※課題づくりまでの流れは 3(1)②参照

課題 2 「多角形の角の大きさの和」を求める言葉の式をつくりましょう。

T 「角の大きさの和」を求める言葉の式をつくるために式を並べてみましょう。数の並び方をみて、変わっていないところと変わっているところがありますね。

C 180 と 2 が変わっていません。

C 3、4、5…って変わっていて、180、360、540…って変わっています。



\*\*\*\*\***CをBへ高める支援**\*\*\*\*\*

※ (C数) は判定基準、(→) はBに高める支援

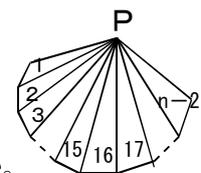
- (C1) 表から決まりを見付けようとしている。
  - (→) i 「内角の和」の式の「1、2、3、4」は「三角形の数」を表すことを捉えさせ、「内角の和」=180×「三角形の数」を確認する。
  - ii nは「辺の数」であることを押さえ、「三角形の数」を「辺の数」で表せればよいことを確認する。
  - iii 「3→1」「4→2」「5→3」「6→4」と唱えることによって、「三角形の数」=「辺の数」-2 (n-2) になることを捉えさせる。
- (C2) 「内角の和」が180ずつ増えていることに気づき、n角形まで何回たせばよいか考えている。
  - (→) i 「内角の和」に伴って変わる「三角形の数」を見付けさせ、「三角形の数」が分かれば、「何回たせばよいか」が分かることに気付かせる。
  - ii 「辺の数」nの「三角形の数」を表すために、「辺の数」と「三角形の数」の関係を考えさせる。その後【C1iii】
- (C3) 180×「三角形の数」で求めるため、「辺の数」nに対応する「三角形の数」を求めようとしている。
  - (→) 【C1iii】
- (C4) 「三角形の数」が1増えると「内角の和」が180ずつ増えることに気づき、何回たせばよいか考えている。
  - (→) 【C2ii】から【C1iii】
- (C5) 「辺の数」が1増えると「内角の和」が180ずつ増えることに気づき、何回たせばよいか考えている。
  - (→) i 「辺の数」が3からnまでいくつ増えているか考えさせ、差で求められことに気付かせる。
  - ii 「内角の和」が180°から、どれだけ増えるか考えさせる。

\*\*\*\*\*

② 能力A (十分満足できる) を育成するための評価と支援

「表から見いだした一般式を演繹的に図で解釈する能力」を育成するため、以下のように課題を提示した。※課題づくりまでの流れは3(2)②参照

- T 多角形の内角の和は  $180 \times (n - 2)$  で求められることが分かりましたが、 $n - 2$ は何を表していますか。
- C 分割した三角形の数です。
- C 多角形の辺の数より2小さい数です。
- T どうして分割した三角形の数は辺の数より2小さいのですか。



**課題2 分割三角形の数が  $n - 2$  個になる理由を図を用いて説明しましょう。**

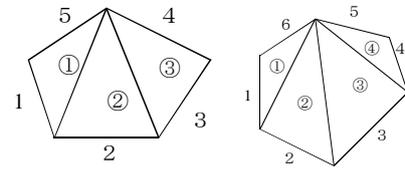




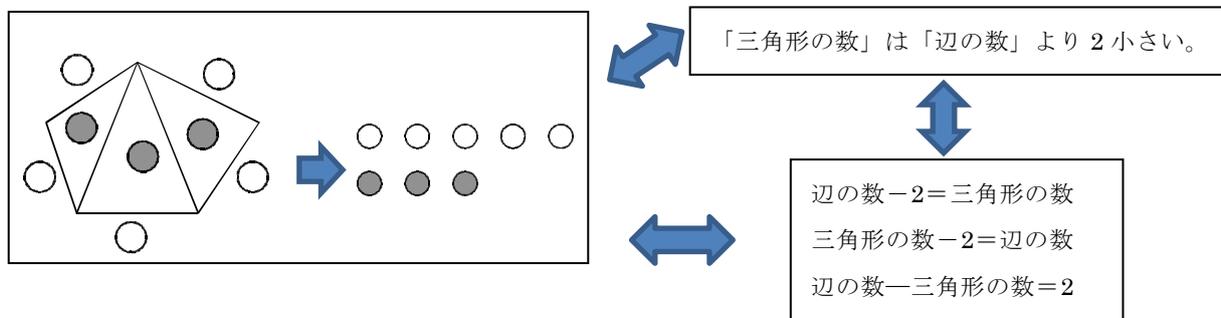
図形(辺の数)	3角形	4角形	5角形	6角形	...	20角形
三角形の数	1	2	3	4	...	

しかし、「3と1」「4と2」「5と3」「6と4」というように明示しても、きまりを捉えられない子どもがいた。2つ目の支援策として、下のように、具体的なイメージを図でもたせながら「辺の数」と「三角形の数」の関係を捉えさせることが考えられる。

Bを達成できなかった子どもの中に、きまりを見付けることはできるが、どのように言葉や式で表現したらよいのか困っている子どもがいた。



3つ目の支援策として、子どもが見付けたきまりに即して、例えば『「三角形の数」は「辺の数」より( )』のような言語的な補助をしてやることも考えられる。さらに、複合的なつまずきを抱えている子どもには、以下のような図と言葉と式の関連を捉えさせる支援が必要であると考えられる。



#### IV まとめと課題

##### 1 成果

- (1) 小・中で段階的に高めていくという視点をもったことにより、小・中それぞれのA(十分満足できる)の能力を見定めることができた。また、上学年を見据え、確実にB(概ね満足できる)の能力を身に付けさせなければならないことがわかった。
- (2) 能力を高めるための支援を考えたことで、教え込みでない、子どもに考えさせる支援を行うことができた。
- (3) B課題を達成した子どもに対して、Aに高めるための課題を用意したので、一人一人の能力形成を図ることができた。

##### 2 課題

C(努力を要する)の状況は様々あり支援策を多様に考えておかなければならないことが分かった。Cの子どもの学習の様相を細かに観察し記録していく必要がある。

##### 3 今後に向けて

一人一人の子どもに対して、教え込みでなく、能力を高めるという視点を持ち、つまずきを捉えた支援を充実していかなければならない。そのためにも、算数・数学の系統をしっかりと捉えることによって、一人一人の能力を段階的に高める学習指導を展開していきたい。